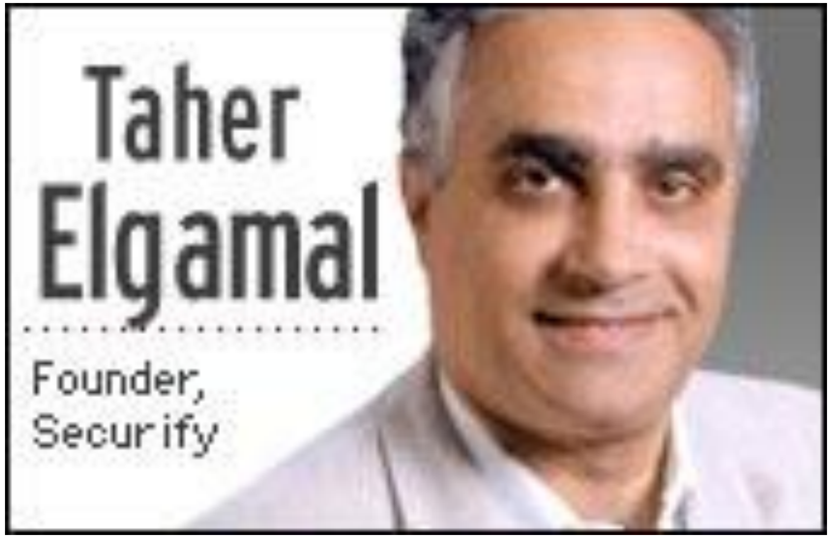
Algoritma Elgamal

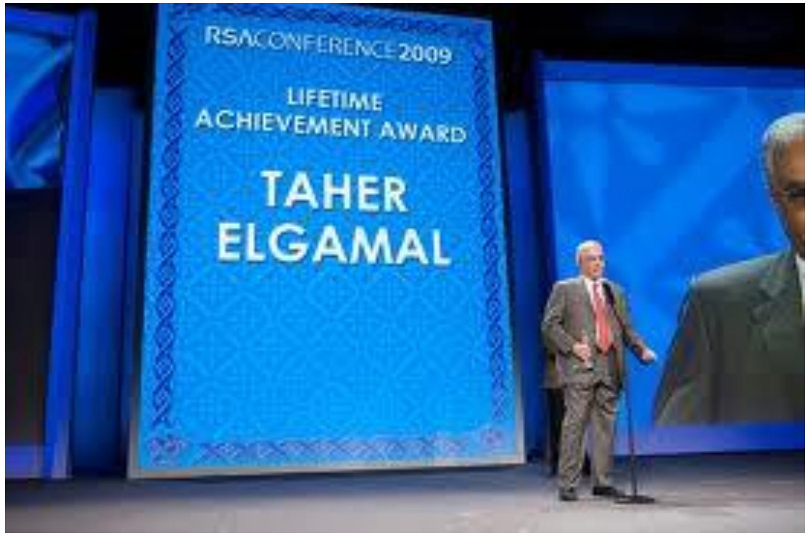
Oleh: Rinaldi Munir

Program Studi Sistem dan Teknologi Informasi
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
ITB

Pendahuluan

- Algoritma Elgamal dibuat oleh Taher Elgamal (1985). Pertama kali dikemukakan di dalam makalah berjudul "*A public key cryptosystem and a signature scheme based on discrete logarithms*"





- Keamanan algoritma ini terletak pada sulitnya menghitung logaritma diskrit.

- *Masalah logaritma diskrit*: Jika p adalah bilangan prima dan g dan y adalah sembarang bilangan bulat, carilah x sedemikian sehingga

$$g^x \equiv y \pmod{p}$$

Properti algoritma ElGamal:

1. Bilangan prima, p (tidak rahasia)
2. Bilangan acak, g ($g < p$) (tidak rahasia)
3. Bilangan acak, x ($x < p$) (rahasia, kunci privat)
4. $y = g^x \bmod p$ (tidak rahasia, kunci publik)
5. m (plainteks) (rahasia)
6. a dan b (cipherteks) (tidak rahasia)

Prosedur Pembangkitan Kunci

1. Pilih sembarang bilangan prima p (p dapat di-*share* di antara anggota kelompok)
2. Pilih dua buah bilangan acak, g dan x, dengan syarat $g < p$ dan $1 \leq x \leq p - 2$
3. Hitung $y = g^x \bmod p$.

Hasil dari algoritma ini:

- Kunci publik: tripel (y, g, p)

- Kunci privat: pasangan (x, p)

Prosedur Enkripsi

1. Susun plainteks menjadi blok-blok m_1, m_2, …, (nilai setiap blok di dalam selang [0, p – 1].

2. Pilih bilangan acak k, yang dalam hal ini $1 \le k \le p - 2$.

3. Setiap blok m dienkripsi dengan rumus

   $a = g^k \bmod p$

   $b = y^k m \bmod p$

   Pasangan a dan b adalah cipherteks untuk blok pesan m. Jadi, ukuran cipherteks dua kali ukuran plainteksnya.

Prosedur Dekripsi

1. Gunakan kunci privat x untuk menghitung $(a^x)^{-1} = a^{p-1-x} \bmod p$

2. Hitung plainteks m dengan persamaan:

   $m = b/a^x \bmod p = b(a^x)^{-1} \bmod p$

Contoh: Alice membangkitkan kunci publik dan kunci privatnya. Bob mengengkripsi pesan dengan menggunakan kunci publik Alice.

(a) Pembangkitan kunci (Oleh Alice)

Misal $p = 2357$, $g = 2$, dan $x = 1751$.

syarat $g < p$ dan $1 \leq x \leq p - 2$

Hitung: $y = g^x \bmod p = 2^{1751} \bmod 2357 = 1185$

Hasil: Kunci publik: ($y = 1185$, $g = 2$, $p = 2357$)

Kunci privat: ($x = 1751$, $p = 2357$).

Alice memberitahu kunci publik ini kepada Bob

(b) Enkripsi (Oleh Bob)

Misalkan pesan $m = 2035$ (nilai m masih berada di dalam selang [0, 2357 – 1]).

Bob memilih bilangan acak $k = 1520$ (nilai k berada di dalam selang [0, 2357 – 1]).

Bob menghitung

$a = g^k \bmod p = 2^{1520} \bmod 2357 = 1430$

$b = y^k m \bmod p = 1185^{1520} \cdot 2035 \bmod 2357 = 697$

Jadi, cipherteks yang dihasilkan adalah (1430, 697).

Bob mengirim cipherteks ini kepada Alice.

(c) Dekripsi (Oleh Alice)

Alice menghitung:

$(a^x)^{-1} = a^{p-1-x} \bmod p = 1430^{605} \bmod 2357 = 872$

$m = b/a^x \bmod p = b \cdot (a^x)^{-1} \bmod p = 697 \cdot 872 \bmod 2357 = 2035$

Alice mendapatkan kembali plainteks m = 2035 yang dikirim oleh Bob.